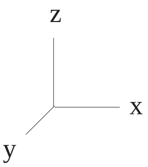
BIJLAGE A
De perspectivische projectie van de 5 regelmatige lichamen



Uitgangspunten en werkwijze bij de gekozen projectiemethode

- Een rechthoekig coördinatenstelsel x,y,z
- Een dodecaëder: middelpunt in (0, 0, 0)
  2 ribben in het x-y vlak, evenwijdig aan de y-as
- Een waarnemend oog in het punt P(A, B, C). Een voor visuele doeleinden aantrekkelijke oogpositie (O) werd gevonden met behulp van een draadmodel; de gegevens zijn:
  $PO = M = \sqrt{(A^2 + B^2 + C^2)} = 450$ mm, met A = 20 mm en C = 260 mm.
  Voorts: $S_6 = 100$ mm (ribbe van een 6-vlak, een kubus, waarvan de hoekpunten met die van de dodecaëder samenvallen).
- We roteren de dodecaëder - samen met het waarnemend oog en met behoud van de afstand PO - om zijn middelpunt: eerst om de x-as tot PO in het x-y vlak valt, vervolgens om de z-as tot PO samenvalt met de y-as. De gezochte projectie ontstaat nu door achtereenvolgens de verbindingslijnen van P met de 20 hoekpunten - de successieve kijkrichtingen - te snijden met het x-z vlak. Door bepaalde selecties van deze punten met elkaar te verbinden ontstaan achtereenvolgens alle perspectivische tekeningen van deze studie, resp. de basis van waaruit ze tot stand gekomen zijn. De uitsluitend constructieve weg met behulp van passer en liniaal is uitermate tijdrovend en bovendien moeilijk met voldoende precisie uit te voeren. We kozen voor de nauwkeuriger analytisch-meetkundige weg.

Berekening

Voor een willekeurig punt p(x,y,z) geldt na de eerste rotatie: $x_1 = x$

$$y_1 = \sqrt{(y^2+z^2)}.\cos\{\mathrm{bgcos}\frac{y}{\sqrt{(y^2+z^2)}} - \mathrm{bgcos}\frac{B}{\sqrt{(B^2+C^2)}}\}$$

$$z_1 = \quad ,, \quad .\sin\{ \quad ,, \quad - \quad ,, \quad \}.$$

Na de tweede rotatie geldt voor dit punt: $z_2 = z_1$

$$x_2 = \sqrt{(x^2+y_1^2)}.\cos\{\mathrm{bgcos}\frac{x}{\sqrt{(x^2+y_1^2)}} + \mathrm{bgcos}\frac{\sqrt{(B^2+C^2)}}{M}\}$$

$$y_2 = \quad ,, \quad .\sin\{ \quad ,, \quad + \quad ,, \quad \}.$$

Dan zijn de coördinaten van de perspectivische projectie:

$$x' = \frac{M.x_2}{M - y_2} \qquad y' = 0 \qquad z' = \frac{M.z_2}{M - y_2}$$

Resultaten per - genummerd - hoekpunt, voor x' resp z', in mm:
(zie voor de hoekpuntnummering afb. 2, p. 14)

01: +32,2; +73,9	**05**: +85,1; - 19,1	**09:** - 04,6; - 26,5	**13**: +55,8; +14,1	**17**: +51,0; - 72,0
02: - 36,6; +73,4	**06**: +78,2; +17,1	**10**: - 02,4; - 80,6	**14**: - 62,4; +14,0	**18**: - 51,6; - 71,2
03: +29,9; - 60,0	**07**: - 86,1; - 18,8	**11**: +01,9; +65,0	**15**: +49,4; +68,2	**19**: +46,1; - 10,3
04: - 26,0; - 59,6	**08**: - 74,9; +16,8	**12**: +03,1; +18,2	**16**: - 47,9; +67,6	**20**: - 40,4; - 10,2

De diameter van de omgeschreven bol is $S_6\sqrt{3}$; de diameter van de projectie wordt dan 176,5 mm. Overigens kunnen alle maten evenredig vergroot of verkleind worden.
N.B.: Bij de gekozen uitgangspositie van de dodecaëder zijn de coördinaten van zijn hoekpunten eenvoudig te bepalen, namelijk: **01** ($S_{12}/2$; 0; $S_6/2\varphi$) en **13** ($S_6/2$; $S_6/2$; $S_6/2$). Daarbij is $S_{12} = \varphi\, S_6$ en $\varphi = (-1 + \sqrt{5})/2$. De coördinaten van de andere hoekpunten kunnen ten opzichte hiervan slechts van teken verschillen. -